

# Elaborazione statistica dei risultati della prova di esonero di Matematica Finanziaria del 28 marzo 2007 per CLEA E CLEAI

## Indice

<b>1 Testi degli esercizi</b>	<b>1</b>
<b>2 Analisi statistica degli elaborati e valutazione</b>	<b>1</b>
<b>3 I voti normalizzati e arrotondati all'intero più vicino</b>	<b>5</b>

## 1 Testi degli esercizi

1. Bobo e Bubi affrontano la loro prima crisi familiare a causa della mancanza di una lavastoviglie. Decidono pertanto di acquistarne una che costa 270€, e non possedendo tale cifra Bobo investe 240€ in regime nominale al tasso semestrale del 12% pagabile mensilmente, con reinvestimento delle cedole in regime esponenziale al tasso semestrale del 10%. Bobo garantisce a Bubi che tra 6 mesi il montante sarà poco più di 270€, in quanto investire al 12% semestrale nominale pagabile mensilmente è equivalente a investire in regime esponenziale al tasso 12.62% semestrale, e  $240(1.1262) = 270.288$ . Calcolare il montante dopo 6 mesi e trovare l'errore di Bobo.
2. Bobo chiede un prestito di 270€ per comprare la lavastoviglie, e gli viene proposto un ammortamento francese al 10% mensile su 12 mesi. Bubi suggerisce invece un ammortamento americano su 12 mesi, remunerato al 10% mensile, con quote capitale sul fondo *orewaminnanokanetoru*<sup>1</sup> che rende al 12% mensile in regime lineare. Bobo accetta il suggerimento in quanto  $12 > 10$ . Calcolare la rata che si sarebbe versata nel caso francese, la rata da versare nel caso americano, e trovare l'errore di Bobo.
3. Bobo viene mandato per lavoro 6 mesi nella Monument Valley. Considerando che la spesa per i biglietti aerei è 1500€, che all'inizio di ogni mese Bobo spenderà 300€ di affitto, e che al ritorno gli verranno dati 4200€ per la trasferta, calcolare il tasso interno di rendimento di questo viaggio.

4. Bubi, che ha seguito Bobo nella trasferta, si sveglia improvvisamente la prima notte con un desiderio di fragole. Dopo aver tentato di ricondurla alla ragione, Bobo si mette alla ricerca dell'ambito frutto! Dopo due ore di cammino in pieno deserto, incontra finalmente un venditore di fragole Navajo. Le fragole costano 50€<sup>2</sup>, ma Bobo ha scordato il portafoglio! L'onesto venditore, afferrata al volo la situazione, propone a Bobo di pagare con comodo quando tornerà in Italia, secondo un regime governato da forza d'interesse  $\delta(t) = 0.02t^3$ , con  $t$  che misura il tempo in mesi. Bobo, che evidentemente non ha mai sentito parlare di forza d'interesse, accetta. Calcolare quanto Bobo dovrà pagare le fragole tra 6 mesi, al suo ritorno in Italia.

5. Poche settimane dopo il ritorno in Italia, Bobo e Bubi hanno un bellissimo bimbo biondo platino, esattamente come la mamma! Bobo viene però a scoprire che Bubi è in realtà nera corvina, e si tinge i capelli alla fine di ogni mese da 4 anni. Considerando che il parrucchiere costava 25€ nei primi 2 anni e 1 giorno, e 30€ nel restante periodo, calcolare il valore oggi della tinta di Bubi usando un tasso di valutazione del 10% annuo.

## 2 Analisi statistica degli elaborati e valutazione

Ciascun candidato ha avuto da svolgere gli esercizi da 1 a 5. I compiti consegnati sono stati 83, di cui 5 annullati. Per ciascun candidato ho valutato con un numero

$$v(i, j) \in \{0, 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5, 0.6, 0.7, 0.8, 0.9, 1\}$$

lo svolgimento relativo al candidato  $i$  dell'esercizio  $j$  ( $0 =$  non svolto,  $1 =$  svolto completamente).

Questo ha portato agli istogrammi di frequenze relative allo svolgimento di ciascun esercizio (vedi pagina 3 e seguenti), dai quali si evince che l'esercizio più difficile è risultato il quinto, mentre il quarto è risultato il più facile.

<sup>2</sup>Un prezzo onesto, considerando che siamo in pieno inverno e in pieno deserto. . .

<sup>1</sup>Giapponese per *io mi prendo tutti i soldi*.

A ciascun esercizio risulta dunque assegnato un peso grezzo, pari all'inverso del suo valor medio:

$$\text{peso esercizio}(j) = 1/\text{valor medio}(j)$$

Utilizzando questi pesi, si ottiene per il candidato  $i$ -esimo un voto non normalizzato:

$$\text{voto grezzo}(i) = \sum_{j=1,\dots,5} v(i, j)\text{peso esercizio}(j)$$

Il valor medio di questi voti è per costruzione 5, e i candidati che ottengono un voto grezzo in  $[4.5, 5.5]$  sono 5. Un'analisi di questi 5 svolgimenti permette di assegnare al voto grezzo 5 il valore normalizzato 23 (pensato in trentesimi):

$$\text{voto grezzo}(i) = 5 \iff \text{voto normalizzato}(i) = 23.$$

Il voto normalizzato viene dunque ad essere una funzione  $\eta$  del voto grezzo che deve soddisfare i seguenti vincoli:

1. un compito non svolto deve essere valutato 0 sia prima che dopo la normalizzazione, dunque  $\eta(0) = 0$ ;
2. uno svolgimento medio (cioè voto grezzo=5) deve corrispondere a 23 (analisi dei 5 compiti): dunque  $\eta(5) = 23$ .

Queste condizioni non determinano univocamente una funzione  $\eta$ , pertanto pongo i seguenti altri vincoli:

1. in considerazione del fatto che ci sono alcuni svolgimenti completi soddisfacenti, pongo  $\eta(\text{voto grezzo max}) = 32$ ;
2. andamento lineare a tratti.

La condizione 2 ci permette di scrivere

$$\eta(x) = mx + q$$

e le condizioni

$$\eta(0) = 0 \quad \eta(5) = 23 \quad \eta(\text{voto grezzo max}) = 32$$

determinano, tenendo presente che il voto grezzo più grande è 14.1893,

$$\eta(x) = \begin{cases} \frac{23}{5}x & 0 \leq x \leq 5 \\ 0.979398x + 18.103 & 5 \leq x \leq 14.1893 \end{cases}$$

il cui grafico è dato in figura 1 (incidentalmente, dal grafico vediamo che la soglia di voto grezzo richiesta per passare l'esonero è poco meno di 4).

L'istogramma finale dei voti normalizzati è dato in figura 2, mentre il dettaglio dei voti normalizzati comincia a pagina 5 (in rosso le insufficienze).

Figura 1: Grafico della funzione  $\eta$ , che trasforma voti grezzi in voti normalizzati.

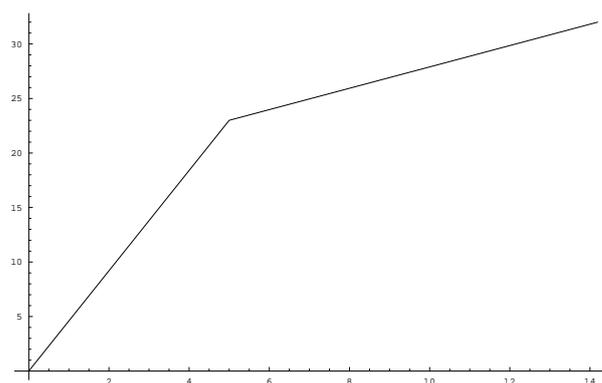


Figura 3: Esercizio 1. Altezze istogramma= $\{34, 0, 1, 0, 15, 0, 0, 0, 27, 1, 0\}$ . Valor medio= $0.367949$ .

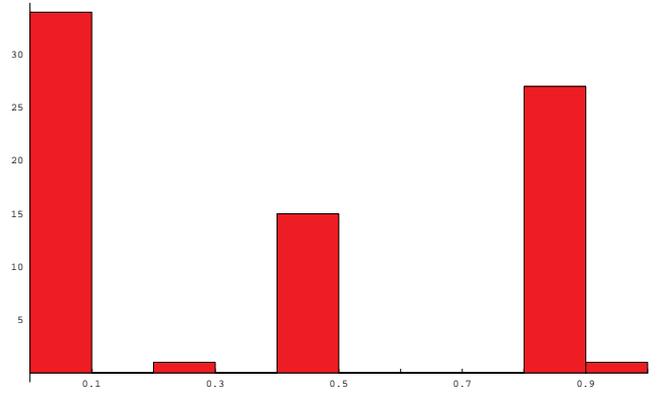


Figura 2: Istogramma dei voti normalizzati e arrotondati all'intero più vicino. Le altezze sono  $\{1, 0, 3, 1, 3, 1, 2, 3, 0, 4, 2, 3, 2, 2, 2, 2, 3, 1, 2, 4, 1, 4, 1, 4, 4, 6, 4, 5, 0, 1, 3, 1, 3\}$ .

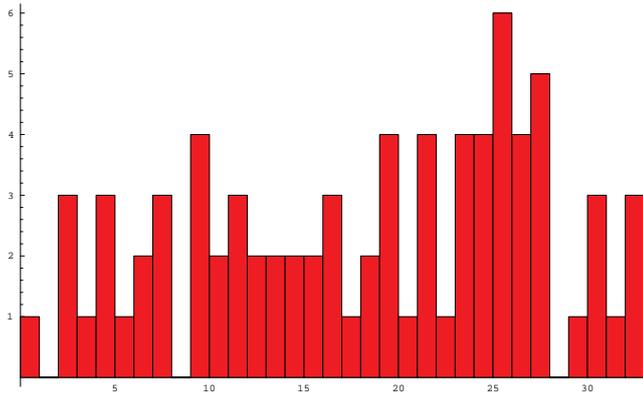


Figura 4: Esercizio 2. Altezze istogramma= $\{8, 0, 4, 0, 27, 1, 29, 0, 7, 1, 1\}$ . Valor medio= $0.474359$ .

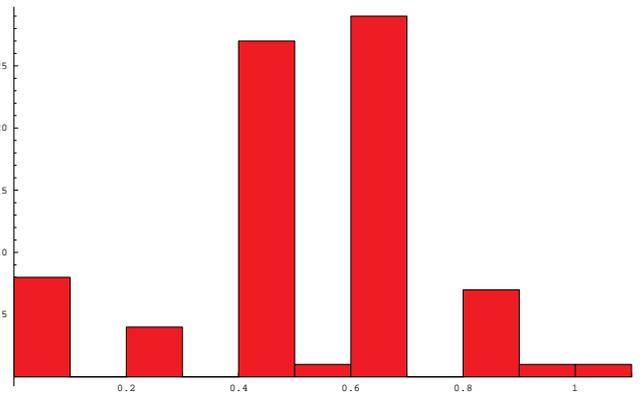


Figura 5: Esercizio 3. Altezze istogramma= $\{31, 1, 14, 3, 1, 6, 7, 7, 0, 1, 7\}$ . Valor medio= $0.310256$ .

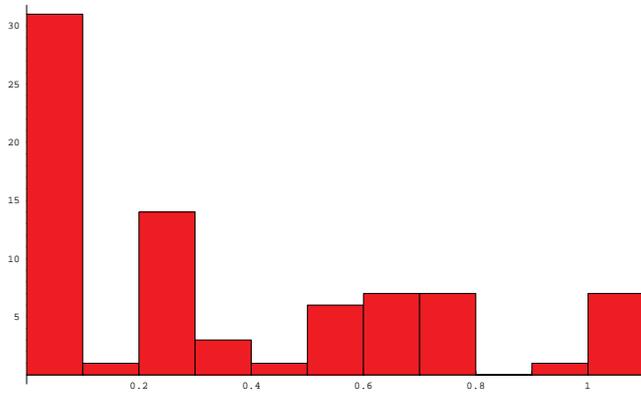


Figura 7: Esercizio 5. Altezze istogramma= $\{58, 0, 3, 1, 0, 6, 1, 0, 2, 1, 6\}$ . Valor medio= $0.1\bar{6}$ .

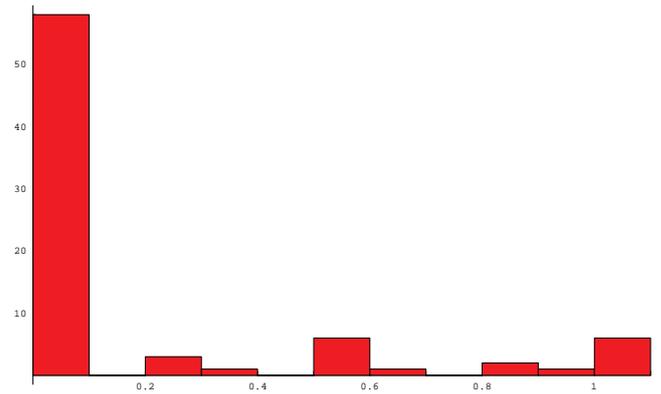
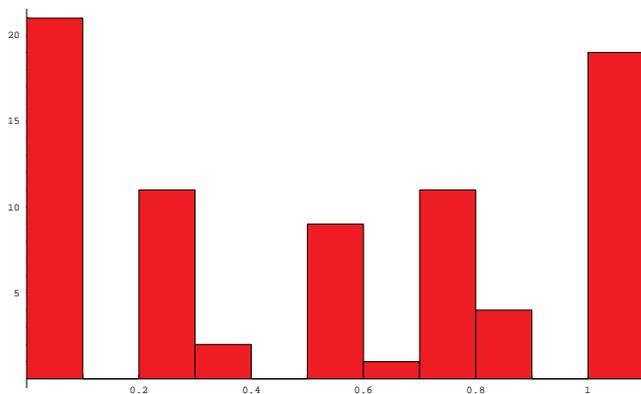


Figura 6: Esercizio 4. Altezze istogramma= $\{21, 0, 11, 2, 0, 9, 1, 11, 4, 0, 19\}$ . Valor medio= $0.484615$ .



### 3 I voti normalizzati e arrotondati all'intero più vicino

In questa sezione trovate il voto finale. Alcune spiegazioni sulla tabella.

**Colonne 3,4,5,6,7.** La valutazione dei singoli esercizi (0 =non svolto, 1 =svolto bene). Come descritto nel testo, il voto finale che compare in colonna 2 *non* è la somma delle valutazioni, bensì la somma delle valutazioni pesate con l'inverso della media (e opportunamente normalizzata tra 0 e 30).

**Colori.** Le insufficienze sono segnate in rosso, e dovranno sostenere l'esame finale. Si consiglia comunque di fare il secondo esonero come allenamento.

**Compiti mancanti.** Gli elaborati di Contento Mario, Di Lisio Francesco, Di Nino Chiara, Iacone Silvia e Savini Pierpaolo non sono stati valutati in quanto presentano analogie tra di loro e con altri elaborati.

Dovete quindi segnalarmi un possibile errore se:

1. la somma delle valutazioni, pesata con l'inverso delle medie date nelle figure 3, 4, 5, 6, 7, è maggiore o uguale a quella di un vostro collega che ha preso di più;
2. non siete d'accordo sulla valutazione di un singolo esercizio (ad esempio, pensavate di aver fatto completamente e bene un certo esercizio -e quindi dovrete aver preso 1- mentre la mia valutazione è 0). Chiaramente questo punto verrà discusso meglio quando guarderemo insieme i compiti.

Segnalo infine che l'esercizio 1 sul regime nominale, essendo estremamente facile, è stato valutato nullo nei seguenti casi:

- tasso semestrale usato come tasso mensile o annuale;
- tasso bimestrale usato al posto del tasso mensile;
- tasso di reinvestimento 12% invece che 10%;
- cedole reinvestite per 1,2,3,4,5,6 mesi, invece che per 5,4,3,2,1 mesi.

Candidato	Voto in trentesimi	Valutazione dei singoli esercizi				
Abate Angela	30	0.8	0.8	1.	1.	0.8
Ainis Antonio	17	0	0.6	0.2	0.3	0.2
Aquilani Antonio	2	0	0	0	0.2	0
Biancone Federica	25	0.8	0.9	0	0.8	0.3
Biondi Vanessa	13	0	0.4	0.2	0.7	0
Cappucci Marilena	29	0.8	0.6	0.2	0.5	1.
Caravaggio Giovanna	16	0.8	0.4	0	0.2	0
Centonza Luigi	25	0.4	0.8	1.	0.7	0
Ciampoli Anna	26	0.4	0.4	0.6	0.5	0.5
Cicchini Nicolina	23	0.4	0.4	0.6	0.5	0
Cipriano Rosalba	25	0.8	0.4	0.7	1.	0
Concas Fabrizio	13	0.4	0.6	0	0.2	0
Cucchia Simona	12	0	0.6	0	0.7	0
D'Addezio Cecilia	22	0	0.4	0.6	1.	0
D'Andrea Alessia	11	0	0.4	0	0.7	0
D'Antino Angela	2	0	0	0	0.2	0
De Cesare Maria	20	0	0.6	0.5	0.7	0
Dell'Oso Ilaria	24	0	0.4	1.	0.5	0.2
De Lorenzis Ilaria	30	0.8	0.2	0.7	0.7	0.9
De Pilla Jessica Rossella	10	0.8	0	0	0	0
De Santis Francesca	12	0	0.6	0	0.7	0
Di Battista Paola	4	0	0.4	0	0	0
Di Cesare Fabiana	14	0.8	0.4	0	0	0
Di Febo Davide	25	0	0.6	0.9	0	0.5
Di Genova Fabiana	27	0.8	0.6	0.2	0.8	0.6
Di Gianberdino Melania	26	0	0.6	0.5	1.	0.5
Di Iorio Stefania	27	0.8	0.8	0.7	1.	0.2
Di Iorio Francesca	30	0.8	0.6	1.	1.	0.5
Di Mauro Vincenzo	16	0.4	0.6	0.2	0.2	0
Di Michele Federica	6	0	0.4	0	0.2	0
Di Muzio Sandro	7	0	0.2	0.2	0.2	0
Di Nicolantonio Cristina	10	0.8	0	0	0	0
Di Paolo Serena	27	0.8	0.6	1.	1.	0
Di Pinto Gabriella	19	0	0.2	1.	0.2	0
Di Stefano Michela	16	0	0.4	0.2	1.	0
Di Vito Debora	30	0.8	0.4	0.3	1.	1.
Donatacci Domenico	5	0	0.4	0.1	0	0
Dragoni Alessio	9	0.4	0.4	0	0	0
Febbo Manuel	15	0.4	0	0.3	0.6	0

Candidato	Voto in trentesimi	Valutazione dei singoli esercizi				
Fiore Carmela	30	0.8	0.6	0.5	1.	1.
Fontana Clemente	7	0	0.4	0.2	0	0
Giordano Michele	15	0	0.6	0.6	0	0
Giorgi Valerio	27	0.8	0.8	1.	1.	0
Iezzi Alessandro	30	0.8	0.8	0.7	1.	1.
Konomi Dorina	26	0	0.4	0	0.8	1.
Learidi Veronique	23	0.8	0.6	0	1.	0
Leone Stefania	19	0.8	0.6	0.2	0	0
Madonna Nicolas	21	0.8	0.8	0	0.3	0
Malvoni Cristian	2	0	0.2	0	0	0
Marcovecchio Lucia	24	0.4	0.4	0.7	1.	0
Massei Flavia	21	0.8	0.6	0	0.5	0
Matarese Michele	25	0.8	0.6	0	0.5	0.5
Muscatiello Fabio Antonio	30	0.8	1.	0.7	0.8	1.
Palestini Manuel	23	0.4	0.8	0.3	0.7	0
Pantalone Valeria	23	0.4	0.6	0.5	0.7	0
Paolini Antonietta	26	0	0.6	0.5	1.	0.5
Pasetti Lorenzo	11	0.4	0.4	0	0.2	0
Pennelli Serena	27	0.8	0.6	0	0.2	0.8
Piacere Patrizia	4	0	0.4	0	0	0
Pierdomenico Francesca	19	0	0.5	0.5	0.7	0
Ragno Sante	14	0.4	0.6	0.2	0	0
Righetti Valentina	0	0	0	0	0	0
Romano Alessio	18	0.4	0.4	0.6	0	0
Salini Nicola	4	0	0.4	0	0	0
Savino Adele	6	0	0.4	0	0.2	0
Schiavone Alessia	7	0	0.4	0.2	0	0
Semproni Maria Vittoria	24	0.8	0.4	0.6	0.7	0
Sibilla Cosimo	9	0	0.4	0	0.5	0
Sillas Nadia	21	0.8	0.6	0	0.5	0
Sorgi Giulio	18	0	0.6	0.2	1.	0
Tabilio Alessandra	11	0.9	0	0	0	0
Terramano Romina	3	0.2	0	0	0	0
Totaro Nastassja	25	0.4	0.6	0.7	1.	0
Totaro Anna Rita	24	0.4	0.6	0.6	1.	0
Troilo Francesca	9	0	0.6	0.2	0	0
Turturro Renata	9	0	0.4	0	0.5	0
Varani Christian	19	0.8	0.6	0.2	0	0
Virtuoso Rossella	21	0	0.6	0.4	1.	0